

Programme de Colles 02

Révisions Analyse, Intégrales généralisées, révisions probabilités
30/09–11/10

PROGRAMME

Fonctions réelles d'une ou deux variables réelles

Intégrales généralisées

Tout le chapitre.

- Intégrale convergente ou divergente sur un intervalle ouvert.
- Exemples élémentaires, fonctions de références.
- Intégration par parties, changement de variable.
- Le cas des fonctions positives.
- Intégrales absolument convergentes.

Informatique : algorithmes de tri

*****Probabilités

- Révisions : tout le programme de première année sur les v.a prenant un nombre fini de valeurs.
 1. A l'aide des bibliothèques `numpy` et `matplotlib.pyplot`, simulation informatique de variables prenant un nombre fini de valeurs : Utilisation de `random.rand()` (et, au besoin, de `random.randint()`, `random.choices()`), tracé d'histogrammes avec `hist(x, normed=True)`.
 2. Les lois classiques : uniforme sur un ensemble fini, Loi BERNOULLI $\mathcal{B}(p)$, Loi binomiale $\mathcal{B}(n, p)$, loi hypergéométrique $\mathcal{H}(N, n, p)$ et leurs caractéristiques.
 3. Formule de transfert, espérance et variance.
 4. Situations se modélisant grâce à ces outils.

QUESTIONS DE COURS

1. Énoncé de la définition d'une intégrale convergente ou divergente et savoir conclure dans les cas élémentaires.
2. Énoncé du théorème de comparaison (intégrande positive) ; application couplée à l'usage d'un équivalent ou d'un $o()$.
3. Énoncé du critère d'absolue convergence. Exemple d'utilisation élémentaire.
4. Énoncé du théorème d'intégration par parties généralisé. Application dans un cas élémentaire.
5. Énoncé du théorème de changement de variable pour les intégrales généralisées. Application dans un cas élémentaire.
6. Informatique : Savoir simuler informatiquement, sur un exemple concret, une variable aléatoire prenant un nombre fini de valeurs (numériques ou pas) et tracer l'histogramme de simulation sur un grand nombre de valeurs. On demande notamment de savoir simuler en Python, à partir de la fonction `numpy.random.rand()` :
 - une variable binomiale comme somme de v.a. de BERNOULLI indépendantes ;
 - une v.a. uniforme sur $\{0, \dots, N-1\}$;
 - une v.a. à valeurs dans $\{0, \dots, N-1\}$ dont la loi est donnée par un vecteur de probabilité $(p_k)_{k \in \{0, \dots, N-1\}}$;
7. Informatique : Savoir écrire en Python une fonction `Tri(L)` qui trie la liste `L` en utilisant la méthode de tri de votre choix. Cette fonction doit marcher !
8. Informatique : Savoir écrire une fonction retournant la médiane d'une liste de nombres.
9. *****
10. Utilisation de fonctions indicatrices dans une intégrale généralisée à paramètre : exemple de

$$I(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} \mathbb{1}_{\{0 \leq t\}} e^{-t} \cdot \mathbb{1}_{\{0 \leq x-t\}} e^{-(x-t)} dt$$

11. Exercice : loi de la somme de deux variables indépendantes, uniformément distribuées sur $\{1, \dots, 6\}$.
12. Valeur et calcul de l'espérance et de la variance pour la loi uniforme sur $\{0, \dots, n\}$
13. Valeur et calcul de l'espérance et de la variance pour la loi binomiale $\mathcal{B}(n, p)$.

Pour la première semaine, ne sont au programme que les points avant les *****.

PRÉVISIONS POUR LA PROCHAINE QUINZAINE : Probabilités et variables aléatoires à densité.