

Programme de Colles 03

Révisions probabilités, loi uniforme
14/10/2019–04/11/2019

PROGRAMME

Informatique/Calcul scientifique

- Simulation de variable aléatoires à l'aide de `np.random.rand` de la bibliothèque `numpy` as `np`

- Calcul des termes d'une suite récurrente réelle d'ordre 1 en vue du tracé.
- Programme de dichotomie.

Probabilités

- Révisions : tout le programme de première année sur les v.a prenant un nombre fini de valeurs.
 1. Les lois classiques : uniforme sur un ensemble fini, Loi BERNOULLI $\mathcal{B}(p)$, Loi binomiale $\mathcal{B}(n, p)$, loi hypergéométrique $\mathcal{H}(N, n, p)$ et leurs caractéristiques (variance hypergéométrique hors-programme).
 2. Formule de transfert, espérance et variance.
 3. Inégalité de BIENAYMÉ–TCHEBYCHEFF.
 4. Indépendance, lois conditionnelles.
 5. Situations se modélisant grâce à ces outils.
- Chaines de MARKOV : mise en place de la matrice de transfert et calcul de la distribution au temps n connaissant la distribution au temps 0. Simulation informatique. (NB : nous n'avons pas travaillé spécifiquement de méthodes de calcul de puissances de matrices).
- CAUCHY–SCHWARZ, Variance, covariance, MARKOV, BIENAYMÉ–TCHEBYCHEFF

- Axiomatique : Tribus, probabilités, v.a et espérance.
- Loi uniforme sur $[0, 1]$: utilisation pour la simulation de variables finies.
- Loi uniforme sur $[0, 1]$: fonctions d'une ou plusieurs v.a uniformes et formule de transfert.
- Variables aléatoires réelles à densité : Variables fonction de v.a. uniformes sur $[0, 1]$. Calculs d'espérances, de variance de telles variables, de covariance.

QUESTIONS DE COURS

1. Ecriture d'une fonction Python simulant informatiquement une variable aléatoire prenant un nombre fini de valeurs dont on spécifie la distribution.
2. Calcul de la fonction génératrice d'une variable $\mathcal{B}(n, p)$; loi de la somme de deux variables $\mathcal{B}(n_X, p)$ et $\mathcal{B}(n_Y, p)$ indépendantes.
3. Simulation informatique d'une chaîne de MARKOV étant donnée sa matrice de transition.
4. Enoncé et démonstration des inégalités de MARKOV et BIENAYMÉ–TCHEBYCHEFF
5. Enoncé et démonstration de l'inégalité de CAUCHY–SCHWARZ.

6. Dichotomie. Ecriture d'une fonction générique `Dichotomie(f, a, b, y, epsilon=0.001)` retournant une valeur approchée à `epsilon` près de l'équation $f(x) = y$ d'inconnue $x \in [a, b]$ et application à un exemple simple.
7. Calcul de l'espérance et de la variance d'une fonction simple d'une v.a. uniforme sur $[0, 1]$. (Application directe de la formule de transfert).
8. Calcul de la fonction de répartition dans le cas d'une fonction continue, strictement monotone d'une variable uniforme, sur le modèle de U^2 fait en cours.

Les items après les lignes ***** seront vus en cours la semaine précédant les vacances. Ils sont au programme de colles pour la semaine suivant les vacances.

Veillez SVP apporter au moins un ordinateur portable avec une installation Pyzo/Python ou Spyder/Python en état de marche par groupe de colle.

PRÉVISIONS POUR LA PROCHAINE QUINZAINE

- Tout sur les v.a à densité