

Programme de Colles 06

Révisions Algèbre et Fondamentaux d'algèbre linéaire
09/12-20/12

PROGRAMME

— Révisions d'Algèbre

1. Nombres complexes et polynômes

2. Algèbre linéaire (révisions de première année) : résolution de systèmes via le pivot de GAUSS, calcul matriciel, applications linéaires $\mathbb{K}^n \rightarrow \mathbb{K}^p$ avec $\mathbb{K} = \mathbb{R}$ ou \mathbb{C} .

QUESTIONS DE COURS

1. Résolution d'une équation du type $a \cdot \cos(\omega \cdot x) + b \cdot \sin(\omega \cdot x) = c$ d'inconnue $x \in \mathbb{R}$ sur un exemple.
2. Calcul d'une primitive de $x \mapsto e^{r \cdot x} \cdot \cos(\omega \cdot x)$ ou d'une primitive de $x \mapsto \cos^3(x)$ ou tout autre exemple relevant de cette catégorie.
3. Calcul, par passage aux complexes, d'une solution particulière sur \mathbb{R} de l'EDO

$$\frac{d^2y}{dt^2} + \omega_0^2 \cdot y = A \cdot \cos(\omega \cdot t)$$

où ω, ω_0, A sont des nombres réels non nuls et $|\omega| \neq |\omega_0|$.

4. Les racines (complexes) du polynôme $P_n = \sum_{k=0}^n \frac{1}{k!} X^k$ sont toutes simples.
5. Factorisation du polynôme $(X+1)^n - 1$ en facteurs irréductibles dans $\mathbb{C}[X]$. (attention, il faut tout refaire à la main, les racines n -ièmes de l'unité ne sont pas au programme de BCPST.)

6. Résolution d'un système linéaire 2×2 à l'aide du déterminant. Formules, formule de l'inverse d'une matrice 2×2 et application sur un exemple.
7. Résolution d'un système linéaire suivant la méthode de GAUSS avec introduction de paramètres. Rang d'un tel système.
8. Définition du noyau et de l'image d'une matrice, preuve du fait que ce sont des s.e.v respectivement de l'espace de départ et de l'espace d'arrivée : calcul de ces espaces sur un exemple simple.
9. Sur un exemple : Utilisation d'identités polynômiales pour le calcul matriciel : binôme de NEWTON pour le calcul de puissances, somme des termes consécutifs d'une suite géométrique pour le calcul d'inverse ; utilisation d'un polynôme annulant la matrice.

Les items après *** sont pour la deuxième semaine.

PRÉVISIONS POUR LA PROCHAINE QUINZAINE

- Révisions d'algèbre linéaire ;
- Algèbre linéaire abstraite : ev, sev, applications linéaires, bases, matrices d'applications linéaires ; exemples.