

## Programme de Colles 07

Suites récurrentes/ Equations différentielles  
03/01/2023–13/01/2023

### PROGRAMME

#### Suites : révisions

- Résolution des suites arithmétiques, géométriques, arithmético-géométrique; résolution d'une suite récurrente linéaire d'ordre 2 : principe de superposition; recherche de suites particulières satisfaisant la récurrence. Sommes.
- Principes d'étude d'une suite récurrente réelle du type  $u_{n+1} = f(u_n)$ ; notion d'intervalle stable par  $f$ .
- Schéma d'EULER et résolution approchée d'un problème de CAUCHY (EDO d'ordre 1 avec condition initiale).

#### Informatique/Calcul scientifique

- Calcul des termes d'une suite récurrente réelle d'ordre 1 en vue du tracé.
- Recherche par dichotomie d'une solution d'une équation du type  $f(x) = y$  d'inconnue réelle  $x$  où  $f$  est à valeurs réelles.

#### Equations différentielles ordinaires

- Révisions : EDO linéaire du premier ou second<sup>a</sup> ordre à coefficients constants.
- Révisions : EDO linéaire scalaire du premier ordre : variation de la constante.
- EDO se ramenant à une EDO linéaire via un changement de fonction inconnue.
- Transformation d'une EDO scalaire d'ordre  $p \geq 2$  en système d'EDO d'ordre 1.
- Equations du premier ordre à variables séparées (Exemples de résolution).
- \*\*\* Systèmes conservatifs.

a. Dans les cas avec second membre, on doit proposer une forme de solution particulière.



BONNES VACANCES !

#### QUESTIONS DE COURS

1. Dichotomie. Ecriture d'une fonction générique Dichotomie( $f, a, b, y, \epsilon=0.001$ ) retournant une valeur approchée à  $\epsilon$  près de l'équation  $f(x) = y$  d'inconnue  $x \in [a, b]$  et application à un exemple simple.
2. Simulation informatique d'une résolution d'EDO du premier ordre via la méthode d'EULER. Principe et codage informatique sur un exemple simple.
3. **Exercice 1.**—En trouvant trois suites géométriques de raisons distinctes vérifiant la récurrence d'ordre 3

$$\forall n \in \mathbb{N}, u_{n+3} = 6u_{n+2} - 11u_{n+1} + 6u_n,$$

donner une expression pour la suite  $u$  vérifiant cette récurrence et vérifiant de plus  $u_0 = 3, u_1 = 6$  et  $u_2 = 14$ .

4. **Exercice 2.**—Résoudre (i.e. trouver la forme générale des solutions), comme dans le cours du jeudi 15/12 cette équation différentielle scalaire d'ordre 3 en la transformant en un système différentiel d'ordre 1 :

$$\forall t \in \mathbb{R}, u^{(3)}(t) = 6u''(t) - 11u'(t) + 6u(t),$$

5. Résolution (poly) de l'équation de GOMPERTZ réduite  $\frac{du}{dt} = -u \cdot \ln(u)$ .
6. Résolution (poly) de l'équation logistique réduite :  $\frac{du}{dt} = u \cdot (1 - u)$ .
7. \*\*\* Preuve de la constance de

$$E = r_d(\ln u - u) + r_g(\ln v - v) = \ln(u^{r_d} e^{-r_d \cdot u} v^{r_g} e^{-r_g \cdot v})$$

le long d'une solution du système différentiel de LOTKA-VOLTERRA réduit ( $r_d$  et  $r_g$  sont deux constantes réelles  $> 0$ )

$$\frac{du}{dt} = -r_g(1 - v) \cdot u \text{ et } \frac{dv}{dt} = +r_d(1 - u) \cdot v$$

et interprétation géométrique. (L'allure des lignes de niveau de  $E$  sur  $]0, +\infty[^2$  doit être connue, p.ex. du cours de SVT).

Les items marqués \*\*\* sont pour la deuxième semaine.

#### PRÉVISIONS POUR LA PROCHAINE QUINZAINE

- Nombres complexes. Révisions de calcul matriciel, diagonalisation de matrices.